lec(05) Electric
ch(3) Flux & Gauss's law

(تعريف)

ماهو الـ Flux وكيفية حسابه ع سطح Flat / curved / closed ...الخ

① → **Electric Flux :- (Φ)**

خطوط مجال وهمية لا تتقاطع تطلع من شحنة/شحنات موجبة وتدخل (تنتهي) عند شحنة / شحنات سالبة وهو كمية قياسية لا تعتمد ع ϵ $\in$ ولا الوسط وتتوزع بانتظام مع سطح.
بتعبر الخطوط دى عن اتجاه القوة

② → **Electric Flux density :- ($\vec{D}$) = Displacement**

كمية متجهة لها قيمة واتجاه
- القيمة هي عدد خطوط المجال (وهنا Flux) التى تعبر السطح عموديًا ⊥ normal على الخطوط مقسومة ع المساحة

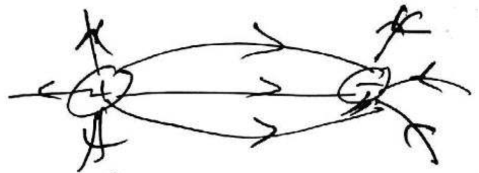
$$D = \frac{\text{Electric flux}}{\text{area}} \quad c/m^2$$

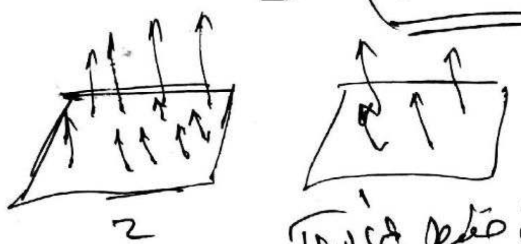
$$\vec{D} = \in \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \bar{E} \quad \text{lines}/m^2 \text{ or } c/m^2$$

③ → the total flux pass through any closed surface

$$\therefore \Phi = \oint \bar{D} \cdot ds$$

1- (Electric flux)





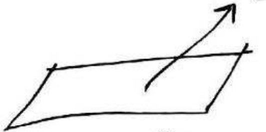
لو عندنا مساحتين كل واحدة A وطالع منها خطوط مجال نلاحظ Electric field $E_1 < E_2$ لأن كثافة خطوط المجال أكبر

Electric field ∝ No. of lines per area $= \Phi / A$

ده المجال الكهربي تقريبًا هو عدد خطوط المجال اللى بتمر عموديًا في مساحة معينة يعنى حاصل ضربه $\Phi = EA$ عدد خطوط المجال في المساحة.

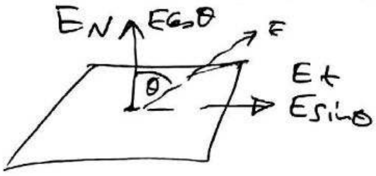
∴ لو فرضنا وجود مساحة A يمر عليها عموديًا مجال كهربي E فإن الفيض الكهربي Φ هو حاصل ضرب المجال في المساحة العمودية عليه.

نفرض أن المساحة مائلة



و $\overline{E}$ يقطع بالشكل المبين

هنا نحلل الـ E لحساب المركبة العمودية


E_N
$E\cos\theta$
E
θ
E_t
$E\sin\theta$

(لاحظ المساحة هنا ووضعنا العمودي عليها)

ده $\phi = E \cos\theta \; A$

$= \boxed{EA\cos\theta}$

$\phi = \boxed{\overline{E}\cdot\overline{A}}$ ← من خواص الضرب القياسي

احسب الزاوية بين E والعمودي على السطح

ده بشكل عام $\boxed{\phi = \overline{E}\cdot\overline{A}}$

لاحظ أنه وضع المجال هيكون أحد الحالات التالية

1- out From area الخارج من

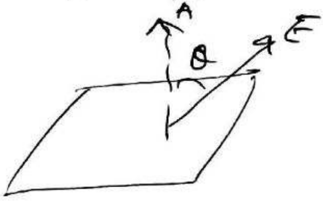
$\phi = EA\cos\theta$

if $\theta < 90$

$\therefore \cos\theta = +ve$

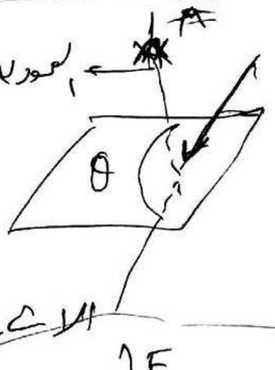
$\therefore \phi =$ قيمة موجبة

الإشارة الموجبة تعني خطوط الـ E خارجة من السطح


$\overline{A}$
θ
E

2- into the area الداخل

العمودي دائماً لفوق أوك ←


$\overline{A}$
θ

$\phi = EA\cos\theta$

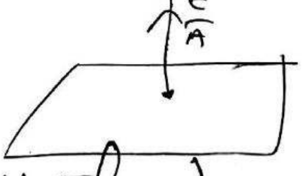
$\theta > 90 \quad \therefore \cos\theta = -ve$

$\therefore \phi =$ قيمة سالبة

الإشارة السالبة تعني خطوط $\overline{E}$ داخلة

3- E normal & outward

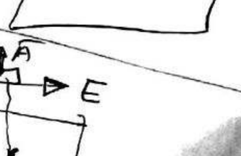
$\phi = EA\cos 0 = EA$ (max Flux)


E
$\overline{A}$

4- E normal & downward

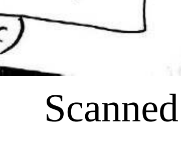
$\phi = EA\cos 180 = -EA$

قيمة سالبة


$\overline{A}$
180
E

5- E // area $\phi = EA\cos 90 = 0$

(min flux)


$\overline{A}$
E

Scanned by CamScanner

③

Notes

① Electric flux is scalar quantity (−ve & +ve)

E is vector

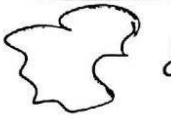
② لو خطوط المجال داخل للسطح ϕ سالب ولو خارجة يكون ϕ موجب

③ لو الخطوط يوازي السطح تكون ϕ صفر

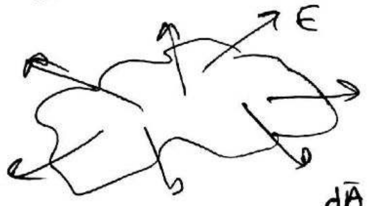
سطح جاوس | 2- The Gausian Surface | Flat سطح مستو

هو أي سطح مغلق يحصر داخله حجم معين مثل اسطوانة/كرة/أو مكعب أي شكل غير منتظم (مثل ثمرة البطاطس مثلاً فقشرة الثمرة تعتبر سطح جاوس)

How to Find ~~Flux~~ Flux through any gaussian Surface

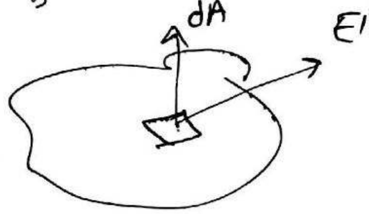


نستخدم جاوس مثلاً مع السطح المغلق فقط أولاً مثلاً لو عندك سطح



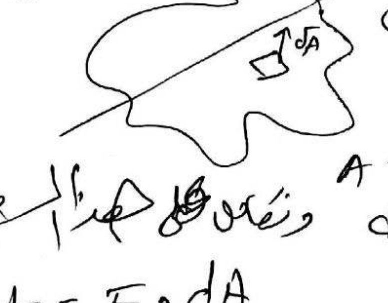
ومكان E غير منتظم يعني متغيرة في كل جزء غير ثابت

الفكرة هنا نأخذ جزء أدرسها وأكاملها فأجيب ϕ



$$d\phi = E \cdot dA$$

$$\phi = \int E \cdot dA$$



∴ نفرض وجود سطح جاوس كما بالشكل ويتخلل هذا السطح مجال كهربي E لإيجاد ϕ نقسم السطح إلى مساحات صغيرة A ونحسب ال flux الناتج من كل مساحة dϕ ونكامل على هذا السطح المغلق لإيجاد ال flux الكلي

$$\therefore d\phi = E \cdot dA$$

$$\phi = \oint E \cdot dA$$

تكامل السطح مغلق

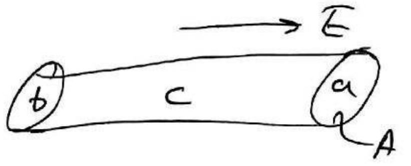
$$\boxed{\phi = \oint E \cdot dA = \frac{Q_{en}}{\varepsilon_0}}$$

قانون جاوس

$$\varphi = \oint D \cdot dA$$

④

EX(1) Find the total Flux Through Cylinder Shown



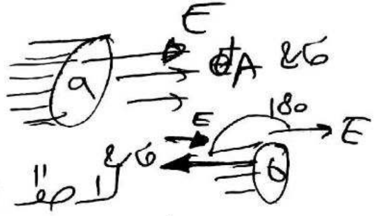
sol ∵ $\phi = \oint E \cdot dA$

لإجراء هذا التكامل نقسم الاسطوانة إلى ٣ أقسام c b a

$$\phi = \int_a E \cdot dA + \int_b E \cdot dA + \int_c E \cdot dA$$

لأن الـ [illegible] السطح C يوازي المجال ∴ ϕ = صفر

أي $\int_c E \cdot dA = 0$



$\therefore \phi = \int_a E \cdot dA + \int_b E \cdot dA$

لأن العمودي على السطح a يصنع زاوية صفر مع E ∴ $\cos 0 = 1$

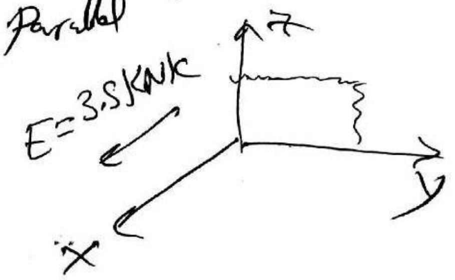
و السطح b يصنع زاوية 180 مع E لأن العمودي على السطح b خارج و E داخل

$$\therefore \Phi = \int_a E\,dA \cos 0 + \int_b E A \cos 180 = EA - EA = \text{zero}$$

$$E\int dA \qquad -E\int dA = \text{Zero}$$

قانون

EX(2) an electric field of magnitude (3.5 KN/C) is applied along X-axis, calc. Electric Flux Through a rectangler Plane 0.35 m wide, 0.7 m long ⓐ if The plane is Parallel ⓑ to Y Z plane & if Plane is parallel to XY plane



أي

ⓐ $\phi = EA\cos\theta$, $\theta = 0° \rightarrow$ E in direction of x

∴ $\phi = EA$ $\rightarrow 0.35 \times 0.7$ ∴ E ⊥ ZY plane

وذلك العمودي الموازي E X

$\Phi = 3.5 \times 10^{3}$ N/C

ⓑ if Plane // to XY plane ∴ ⊥ in direction of Z & make angle 90° with E ∴ $\theta = 90$ ∴ $\phi = E\cos 90 = \text{zero}$

3

c) ~~a~~ Plane contains Y-plane & The normal to it makes ~~40~~ 60° with E
inclived

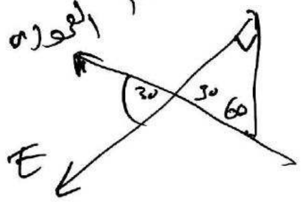
مستوى مائل يمر بـ y axis و العمود عليه يعمل زاوية 60° مع E

حل

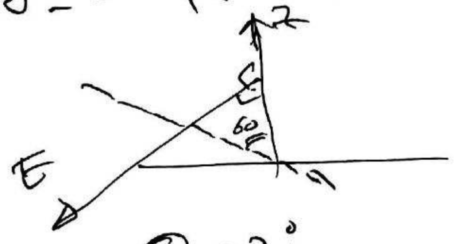
$\theta = 60°$ ، $\phi = AE \cos 60$

d) صيا حرش زيادة لو قلت ان العمود عليه المستوى يعمل زاوية 60° مع + XZ plane

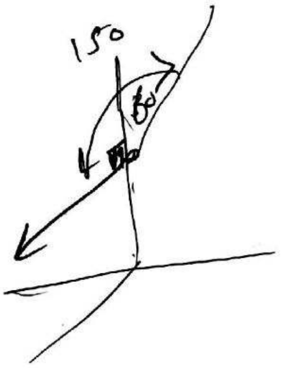
ده معناه ايه ~~xz plane~~

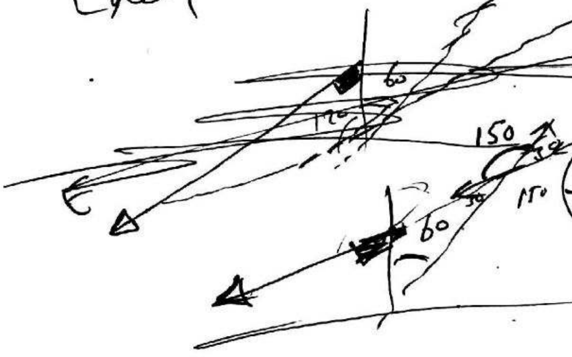


العمود
30
30
60
E



، $\theta = 30°$
خطوة

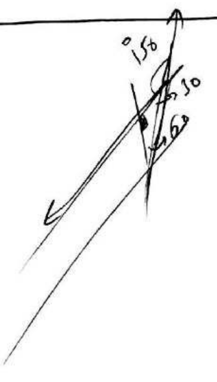




60
120
E
150
30
150
60

لو قالوا ZX plane

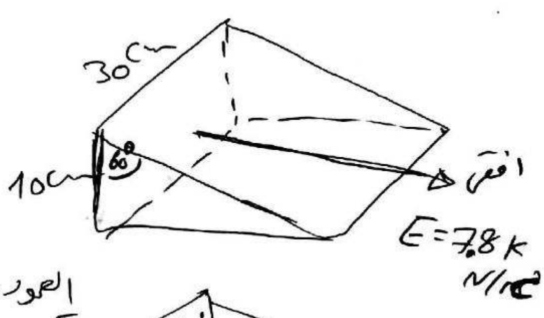
$\theta = 150°$



6

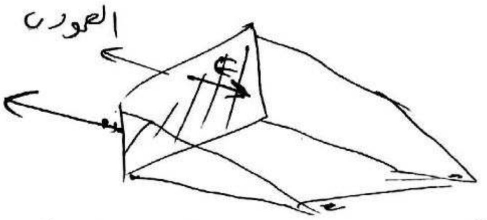
E افقي

EX (3) a) For the shown Figure
Find the Flux on vertical Rectangular surface



Sol

(هو ده السطح العكسي) (وسطح عموده ع E)



$\therefore \Phi = EA\cos\theta$

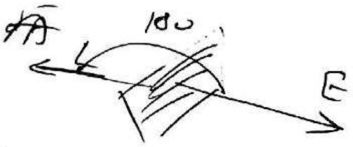
$$= (7.8\times10^{3})\,(\underbrace{10\times10^{-2}}_{10cm}\times\underbrace{30\times10^{-2}}_{30cm}) * \cos\theta \rightarrow 180$$

$= -7.8\times10^{3}\times10\times10^{-2}\times30\times10^{-2}$

للتذكير ليه اخدنا الزاوية ١٨٠ عشان السطح مقفول .. ناخد اتجاه العمودي ل الخارج

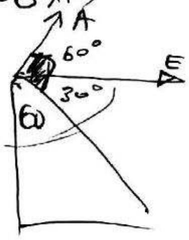
---

b) Find flux on slanted surface السطح المائل

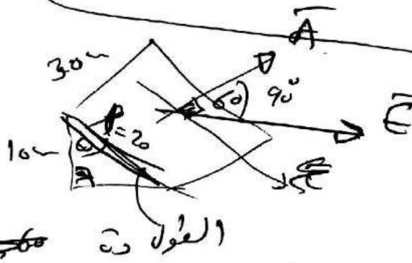


Sol $\Phi = EA\cos\theta$

(7.8×10^{3}) $(30\times10^{-2}\times20\times10^{-2})$ $\cos 60 = $



ازاي ٢٠؟



الطول ده

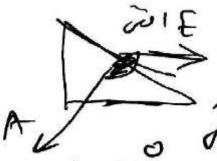
~~1 cos 60~~

$\cos 60 = \frac{10}{x} \therefore x = \frac{10}{\cos 60} = 20$

---

c) Find flux on 2 sided triangles
المثلث
(عشان متوازيا مع الزاوية ٩٠ E)

Sol $\Phi = 0$



العمودي عليه لبرة و E افقي يعطيها زاوية ٩٠ ، صفر = Φ

d) Find flux on Base
القاعدة
موازية
$\Phi = \perp E$ القاعدة ايضا
صفر

e) Find flux on whole surface السطح كله
: جمع كل ال Φ

$\Phi = \Phi_{base} + \cancel{\Phi_{2\,triang}} + \Phi_{slant} + \Phi_{vertical\,rect}$

(لاحظ المثلثين صفر) $= EA_1\cos180 + EA_2\cos60 = \cancel{\frac{1}{2}EA} = 0$

لانهم بيلغوا بعض

Scanned by CamScanner

ع السطح المغلق ~~يحيط~~ يحيط احسب كل سطح لهذا جاهم

Gauss ق.

لو انه هناك سطح جاوس يحيط بداخله مجموعه الشحنات مقدارها q فان مجموع ~~الخطوط~~ الفيض التي تقطع هذا السطح عمودية وخارجه منه تساوي

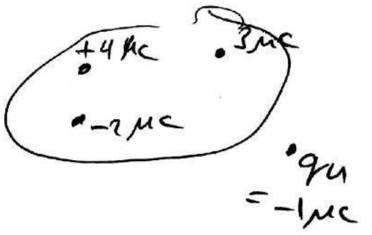
$\phi = q/\varepsilon_0 \rightarrow$ Qenclosed الشحنة المحتواه داخل السطح

حيث ان q هي مجموع الشحنات داخل السطح ومجموعها الجبري لها

$$\text{or } q = \phi\varepsilon_0 = \varepsilon_0\oint E\cdot dA$$

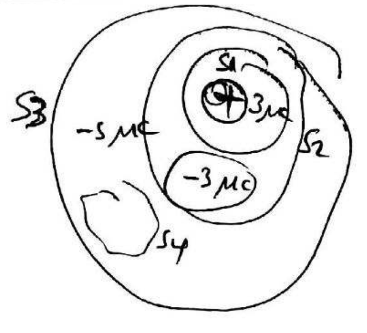
$$\text{Ex (4)}\ \phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{q_1+q_2+q_3}{\varepsilon_0}$$

$$= \frac{(4+3-2)\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}}$$



ويتم اهمال q4 لانها خارج السطح

EX (5) find flux on S_1, S_2, S_3, S_4



$$\phi_{S_1} = \frac{Q_{ens1}}{\varepsilon_0} = \frac{+3\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = \rightarrow$$

اكثر الخطوط خارج outwards

$$\phi_{S_2} = \frac{3\times10^{-6}-3\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = \text{Zero}$$

$$\phi_{S_3} = \frac{3\times10^{-6}-3\times10^{-6}-5\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = -\frac{5\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = -$$

اكثر سالب
مجموع الخطوط سالب
اكثر الخطوط داخله للشحنة
inwards

ϕ_{S_4} = zero معيش شحنة جواه

Electric Displacement (D)

$$\varepsilon_0 q = \varepsilon_0\phi = \varepsilon_0\oint E\cdot dA = \oint \boxed{E\varepsilon_0}\cdot dA = \oint D\cdot dA$$

Scanned by CamScanner

⑧

Gauss App

حساب الـ E باستخدام جاوس في حالات زي بالتكامل

point charges → line → surface → volume

زي الحلقة ring ، arc بنطبق عليها كول

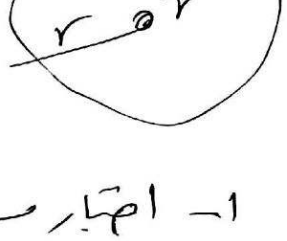
$$\boxed{\Phi = \oint E\cdot dA = \frac{Q_{en}}{\varepsilon_0} \neq \oint D\cdot dA = q = \int \rho_l\, dl,\ \int \rho_s\, ds,\ \int \rho_v\, dv}$$

how to Apply gauss law on Point charge

EX(5) Prove coulomb's law using gauss law?

نفرض وجود شحنة q والمطلوب حساب قيمة المجال E عند

على بعد r من الشحنة

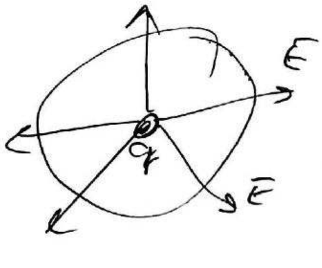


سيتم تطبيق قانون جاوس كالآتي

١- اختيار سطح جاوس المناسب (شكل ملائم)   ٢- تطبيق القانون

∴ الشكل المناسب هو كرة تحيط بالشحنة على بعد r

وهو المطلوب ايجاد حساب E عنده



$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$

or $q = \varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$

نفرض أن الشحنة موجبة ∴ المجال خارج منها

∴ $q = \varepsilon_0 \int E\cdot dA$

الكرة سطح مغلق لا يمكن تقسيمه ∴ المجال خارج من مركز الكرة (q)

E r عمودي على سطحها ∴ الزاوية بين A و E = صفر

$q = \varepsilon_0 \int E\, dA \cos 0$

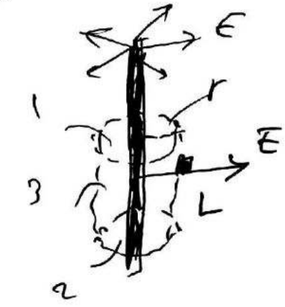
$q = \varepsilon_0 E \int dA = \varepsilon_0 E \overset{كرة}{A} = \varepsilon_0 E 4\pi r^2$

∴ $\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$ نفس قانون كولوم

x(6)

E due to infinite line charge

المجال الناتج عن خط لانهائي مشحون



* المجال الناتج من خط سيكون خطوطه خارجة عمودية عليه ده طبقا لو فرضنا ان الشحنة موجبة

* علشان نحسب E نحتاج ρ_L عند بعد r

Linear charge density ← ρ_L
كثافة الشحنة الطولية

* بنعتقد ان شكل سطح جاوس لكده هو اسطوانة تحيط بالخط ويقع الخط في محورها بأن طول وليكن l

مساحة الاسطوانة ٣ اجزاء دائرتين ١ و ٢ الجزء المنحني ٣

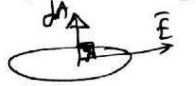
$$q = \varepsilon_0 \oint E \cdot dA$$

$$q = \varepsilon_0 \left[\int_1 E \cdot dA + \int_2 E \cdot dA + \int_3 E \cdot dA \right]$$

وبما ان خطوط المجال خارجة عمودية على الخط

∴ $\int_1 E \cdot dA$ و $\int_2 E \cdot dA$ = صفر

ماذا ؟؟



لأن

صفر زاوية ٩٠ بين ١ ∴ جتا ٩٠

∴ السطح الوحيد المتبقي ٣ الجانبية

$$q = \varepsilon_0 \int_3 E \cdot dA = \varepsilon_0 \int E \cdot dA \cos 0$$

عشان المساحة العمودية على السطح الجانبية في نفس اتجاه E

$$\therefore q = \varepsilon_0 \int E\,dA = \int \rho_L\, dl = \rho_L \cdot l$$

$$\therefore \varepsilon_0 E \int dA = \rho_L \cdot l$$

المساحة الجانبية للاسطوانة = محيط الدائرة × الطول = $2\pi r L$

$$\therefore \varepsilon_0 E (2\pi r \cancel{l}) = \rho_L \cdot \cancel{l}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

الاتجاه لو الشحنة للخط موجبة يبقى خارج وعكسها لو سالبة يبقى للداخل

Scanned by CamScanner

EX(7)

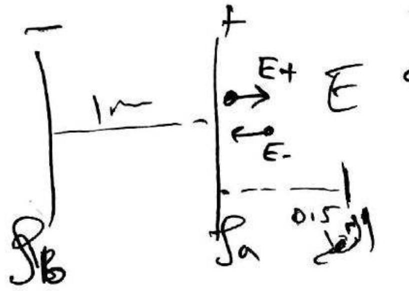
two line charges as shown, spaced By 1m

Find ① E at 0.5m to the right of line A?

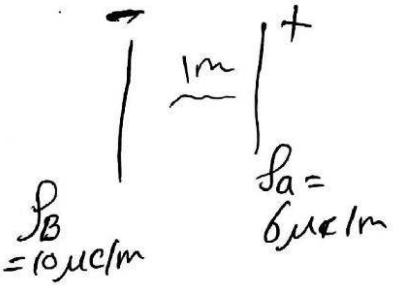
② E " 0.5m " ~~left~~ — B?

③ E at " " ~~Right~~ " B?

الحل.


-
+
1m
E+
E-
0.5
النقطة
ρ_B
ρ_a

أولاً حدد اتجاه E


-
+
1m
$\rho_B = 10\mu C/m$
$\rho_a = 6\mu C/m$

(A)

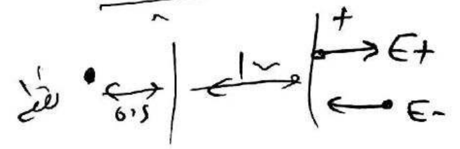
$$E_+ = \frac{\rho_a}{2\pi\epsilon_0 (r_a)} = \frac{6\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}(0.5)}$$

$$E_- = \frac{\rho_b}{2\pi\epsilon_0 (r_b)} = \frac{10\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}(1.5)}$$

$$E_R = E_+ - E_-$$

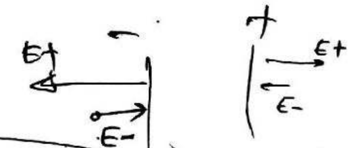
عكس بعض

(B)


نقطة
0.5
1m
+
E+
E-

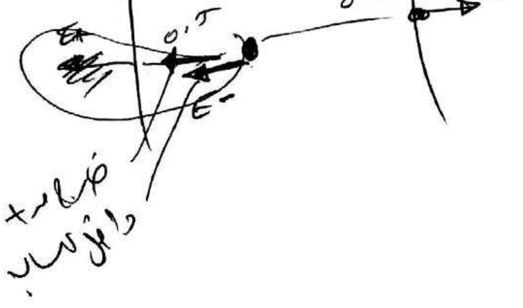
$$E_+ = \frac{\rho_a}{2\pi\epsilon_0 r_a} = \frac{6\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}(1.5)}$$

$$E_- = \frac{10\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}\times0.5}$$



$$E_R = E_- - E_+$$

③



$$E_+ = \frac{6\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}\times0.5}$$

$$E_- = \frac{10\times10^{-6}}{2\pi\times8.85\times10^{-12}\times1.5}$$

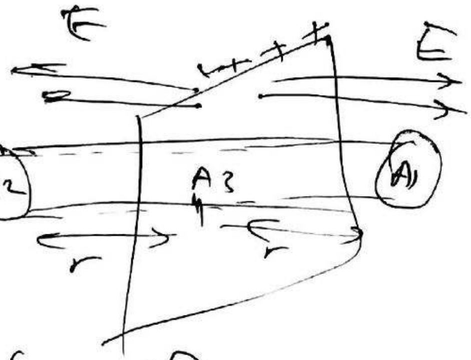
$$E_R = -(E_+ + E_-)$$

-x direction

[illegible]

3- infinite sheet of charges

لو سطح + تحمل لا نهائي ضع من السطح دال
ونأخذ سطح جاوس اسطوانة عمودية ع السطح
ارتفاعها 2r من السطحين الطرفين



$$\rightarrow \varepsilon_0 \oint E\cdot dA = q = \int \rho_s \cdot ds = \rho_s \int dA = \rho_s \cdot A$$

$ds = dA$ surface charge density

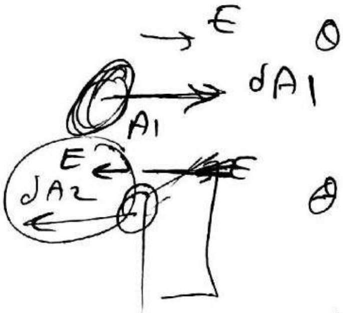
$$\rightarrow \varepsilon_0\left[\int_1 E\cdot dA + \int_2 E\cdot dA + \int_3 \cancel{E\cdot dA}\right] = q = \rho_s \cdot A$$

$\rightarrow 0$

$$\int_3 E\cdot dA = 0 \longrightarrow$$ موازية لخطوط E

بين الزاوية بين E و dA = 90° يعني صفر

ضربنا الى هنا E في اتجاه dA2 عشان الاتجاه ... في اتجاه A2



$\theta = 0$

$\theta = 0$ also

$$q = \varepsilon_0\left(\int_1 E\cdot dA + \int_2 E\cdot dA\right) \Rightarrow \varepsilon_0 E(A+A) = 2\varepsilon_0 EA$$

$$q = 2\varepsilon_0 E\cancel{A} = \rho_s \cancel{A}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}}$$

نفس الكلام بس استنتاج

لاحظ ان الشحن محمول من ناحيتين لو طلب لو المجال خارج من اتجاه واحد فقط

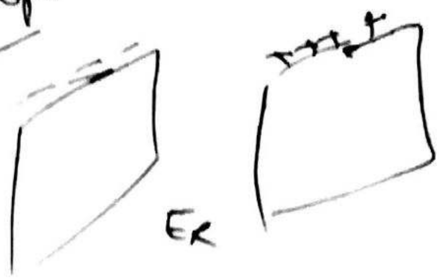
$$\boxed{E = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0}}$$

E الناتج عن سطح لا نهائي مشحون يكون ثابت بغض النظر عن البعد عن هذا السطح

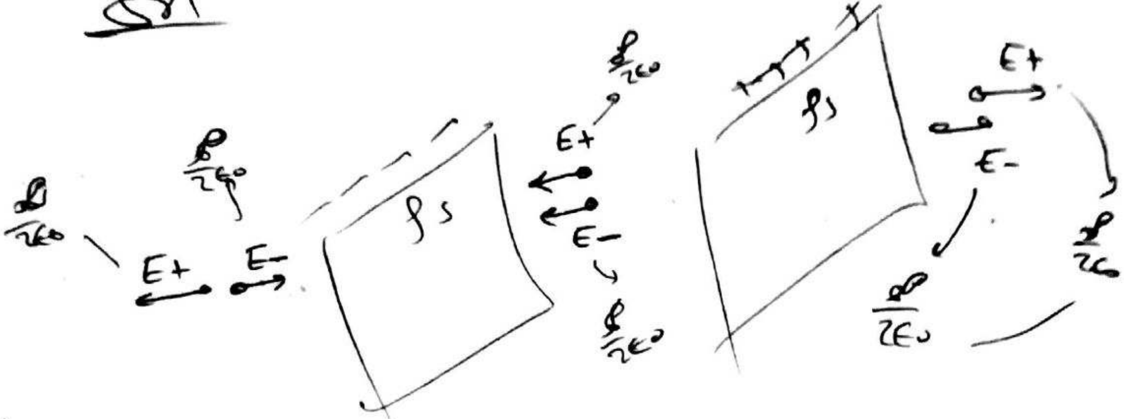
Ex (8)

find E_R at middle between & right & left

2 sheets as shown



Sol


$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$
$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$
E_+
E_-
ρ_s
$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$
E_+
E_-
$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$
ρ_s
E_+
E_-
$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$
$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$

at right $E = 0 \rightarrow \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

" left $E = 0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

" middle $E = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \times 2 = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$

وقفنا عند ص 13